泛函导论 Erwin

我嘞个最重要，特别有用和最为完善啊，这不是高级线代?

况且算子和泛函都离不开赋🍚空间。

2.1

和众多线代书的叙述大同小异，但显然过于概要了，不必多说。

习题

1. 验证即可。
2. $0x=(a+-a)x=\theta,\alpha\theta=\alpha(0x)=(\alpha 0)x=\theta,(-1x)+x=(-1)x+1x=(-1+1)x=0x=\theta\to -1x=-x$
3. $\{(a,a,a+2b)\mid a,b\in\mathbb{R}\}$
4. only (a)
5. 令 $x\to\infty$ 便可轻易制造反例。
6. 不同的表达式相减可以导出基向量组的一个线性相关表达式
7. $\alpha e=(a+bi)e=ae+bie$，因此 n 和 2n 是答案。
8. [🤓]很难说，似乎要分很多情况，懒得搞。
9. 考虑类似习题 5 的基，然后对于 $n+2$ 个元素，用基于鸽笼原理的递归算法即可得出必然线性相关。不是子空间，因为标量还是复数。
10. 逻辑上成立，举例的话…… $\{(a,0)\}$ 和 $\{(0,b)\}$ 吧? 不全面但懒得搞了。
11. 显然
12. 奇异矩阵对加法不封闭
13. 慢慢验证即可。
14. 对 $x\in X\land x\notin Y\land\forall y\in Y$ 来说，$(y-x)+Y$ 作为陪集可以覆盖 x，看图后很自然的猜想是陪集之间要么完全相等要么相交等于空集，下个小题目的证明是显然的，但这个猜想不显然，但两者结合是在试图阐明子空间本质上是原空间去掉了一些维度。

    证明：考虑 Y 的一个 base $\hat{e}=\{e_1,e_2,\ldots,e_n\}$，对于任意 $x\in X$，定义 $x-\hat{e}=\left\{x-\alpha_1e_1-\alpha_2e_2-\ldots-\alpha_ne_n \,\middle|\, \alpha_j\in K\right\}$（$K$ 是标量集合），也就是说，$v\in x-\hat{e}$ 定义的陪集 $v+Y$ 中都会包含 x，且包含 x 的陪集都在这个集合中，考虑 $v_1,v_2\in x-\hat{e}$，可以发现 v_1+Y 和 v_2+Y 是完全相同的，故 $x-\hat{e}$ 定义了一个陪集的等价类，考虑不同的两个等价类是否有交点，设 $z=v_1+Y=v_2+Y$，则 $v_1=v_2=z-\hat{e}$，所以不同的等价类陪集完全没有交点。这和前面所述的可覆盖性结合就说明了陪集可以将 X 划分。
15. 简，略。

对对答案。没啥营养。

参考文献